

LEVANTAMENTO DOS PARÂMETROS PARA O CRESCIMENTO EM PESO DA TILÁPIA DO NILO DE MODELOS NÃO LINEARES

SURVEY OF PARAMETERS FOR THE WEIGHT GROWTH OF NILE TILAPIA FROM NONLINEAR MODELS

Willian Trindade* & Roberto Antônio Cordeiro Prata

Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal do Amazonas – UFAM, Manaus - AM

*e-mail: Bill45_7@hotmail.com

Recebido: (25/09/2022) / Publicado: (18/03/2023)

Resumo O objetivo deste trabalho foi levantar os parâmetros dos modelos matemáticos de Gompertz, Verhulst e de von Bertalanffy para o crescimento em peso de machos albinos de tilápia do Nilo. Os dados foram obtidos pelo Centro de Pesquisas Ictiológicas Rodolpho Von Ihering, no Ceará. Para analisar qual foi o modelo com melhor ajuste, foram empregados alguns critérios de avaliação. O modelo de Verhulst foi considerado como o mais adequado para descrever o crescimento em peso dos exemplares analisados. Ele obteve os seguintes parâmetros: peso assintótico de 36,309 g, ponto de inflexão de 3,951 meses e taxa de crescimento relativo de 0,695 ano⁻¹.

Palavras-Chave: Gompertz; Modelagem Matemática; *Oreochromis niloticus*; Verhulst; Von Bertalanffy.

Abstract The objective of this work was to survey the parameters of the mathematical models of Gompertz, Verhulst and von Bertalanffy for the weight growth of albino males of Nile tilapia. The data were obtained by the Ichthyological Research Center Rodolpho Von Ihering, in Ceará. To analyze which model had the best fit, the following some evaluation criteria were used. The Verhulst model was considered the most adequate to describe the growth in weight of the specimens analyzed. He obtained the following parameters: asymptotic weight of 36.309 g, inflection point of 3.951 months and relative growth rate of 0.695 year⁻¹.

Key words: Gompertz; Mathematical Modeling; *Oreochromis niloticus*; Verhulst; Von Bertalanffy.

Introdução

O Brasil produziu 841.005 toneladas de peixes de cultivo, em 2021, sendo que a tilapicultura teve um aumento de 9,8% em relação a 2020. A tilápia foi responsável por 63,5% da produção brasileira. Dentre as principais espécies exportadas, a tilápia manteve o primeiro lugar, respondendo por 88% das vendas externas e receita de US\$ 18,2 milhões, sendo que foram vendidas 903 toneladas de file de tilápia fresco ou refrigerado, obtendo um valor de US\$ 5,4 milhões (Associação Brasileira da Piscicultura, 2022).

A modelagem matemática é um processo dinâmico de interação entre uma situação real e a matemática (Nascimento et al., 2020). Nela, nem todos os detalhes do processo serão descritos e nem todos os aspectos relativos ao problema serão incluídos (Kuttler, 2009), pois os fenômenos são, em geral, extremamente complexos se os considerarmos em todos os seus detalhes (Bassanezi & Ferreira, 1988).

Os modelos matemáticos de crescimento, através do uso de curvas de crescimento em peso, podem levar a uma maior compreensão da natureza empírica da evolução do animal. Essas curvas estão relacionadas ao peso e a idade, e são construídas usando medidas da massa corporal e tempo, as quais descrevem as mudanças do peso ao longo da vida (Goonewardene et al., 1981).

O modelo de crescimento de Gompertz é uma curva de crescimento sigmoide que utiliza uma taxa de inibição da variável de estado proporcional ao logaritmo desta variável. Ela é fornecida pela equação diferencial (Bassanezi, 2002 e Katsanevakis, 2008):

$$dp/dt = \lambda e^{-k_2 t}$$

onde, p é o peso do peixe, λ é a taxa de crescimento relativa inicial teórica com idade zero, cuja a unidade é ano⁻¹, e k_2 é a taxa de diminuição exponencial da taxa de crescimento relativo com idade, com unidade ano⁻¹. Uma parametrização conveniente da solução desta equação é:

$$p(t) = p_\infty \exp(-e^{-k_2(t-t_2)})$$

sendo p_∞ considerado o peso assintótico do peixe, e t_2 o ponto de inflexão do modelo de Gompertz, o qual ocorre quando $t_2 = (\ln \lambda - \ln k_2) / k_2$ (Katsanevakis, 2008).

O Modelo de Verhurst, também conhecido como Modelo Logístico, supõe que uma população, vivendo num determinado meio, deverá crescer até um limite máximo sustentável, ou seja, ela tende a se estabilizar. A equação inclui o decréscimo da população que deve estar sujeita a um fator inibidor de proporcionalidade (Bassanezi, 2002).

Supondo que $p(0) = p_0$ seja dado, tem-se a equação diferencial:

$$dp/dt = kp(1 - p/p_\infty) \text{ e } p(0) = p_0, k > 0$$

Como resultado da equação, tem-se o modelo logístico:

$$P(t) = p_\infty (1 + e^{-k_3(t-t_3)})^{-1}$$

é uma curva sigmoide alternativa que também é frequentemente utilizada. O parâmetro k_3 é taxa de crescimento relativo, cuja a unidade é ano⁻¹, enquanto t_3 corresponde ao ponto de inflexão da curva sigmoide (Katsanevakis, 2008).

Os modelos clássicos de crescimento em peso foram obtidos, inicialmente, pelo biólogo Von Bertalanffy em estudo de peixes, onde as estimativas levam em consideração os processos de catabolismo e anabolismo, tendo como resultado a perda e ganho de massa, respectivamente (Bassanezi et al., 2017).

O peso do peixe no tempo, $p(t)$, de cada espécie, estabelece que o seu aumento seja proporcional à área de sua superfície externa e a sua diminuição é proporcional à energia consumida:

$$dp/dt = \alpha A - \beta p$$

onde α é constante de anabolismo, β é a constante de catabolismo e A é área da superfície externa é proporcional a $p^{2/3}$. A solução da equação é:

$$p(t) = p_\infty (1 - Be^{-kt})^3$$

onde B é constante de integração (Bassanezi, 2002).

As constantes de anabolismo e catabolismo e o ponto de inflexão (t^*) podem ser calculados pelas seguintes equações (Bassanezi & Ferreira, 1988):

$$t^* = \ln 3 / k, p_{\infty} = (\alpha / \beta)^3 \text{ e } k = \beta / 3$$

Neste contexto, o objetivo do presente trabalho foi estimar o crescimento em peso dos machos albinos da tilápia do Nilo, a partir do uso das equações dos modelos matemáticos Bertalanffy, Gompertz e Verhulst.

Material e Métodos

Os dados dos exemplares de albinos de tilápia do Nilo, criados em cativeiro, foram obtidos junto ao Centro de Pesquisas Ictiológicas Rodolpho Von Ihering, do Departamento Nacional de Obras Contra as Secas (Dnocs), o qual está situado no município de Pentecostes no Ceará. Foi utilizado um viveiro de derivação, medindo 10,00 x 40,00 m, escavado em terreno natural, com área inundada de 350 m² e profundidade máxima de 1,40 m, mínima de 0,60 m e média de 1,00 m. Nele foram estocados 350 alevinos machos com peso médio de 26,0 g, numa densidade de 1 peixe/m³. Eles foram obtidos através de sexagem manual, segundo a metodologia de BARD (Araújo et al., 2008; Bassanezi & Ferreira, 1988).

Durante oito meses, os peixes receberam refeições diárias de uma ração comercial com 19% de proteína bruta (PB). Até os três primeiros meses de cultivo, a ração foi fornecida na base de 5% do peso vivo, reajustada mensalmente. Após o 4º mês passou-se a fornecer a mesma ração na base de 3% da biomassa de peixe no viveiro (Carillo, 1982).

As coletas de peixes foram realizadas de forma aleatórias em 15% dos peixes estocados, em intervalos de aproximadamente 30 dias. Os alevinos foram pesados, usando-se baldes com água, devidamente tarados. Utilizou-se o anestésico, conhecido, comercialmente, como quinaldina, na proporção de três gotas para 10 litros de água (Carillo, 1982).

As equações dos modelos foram obtidas pelo software OriginPro 8.5, o qual utiliza o método de Asymptotic Symmetry, para Windows. Nos diferentes modelos, os parâmetros das curvas foram comparados pelos seus intervalos de confiança com probabilidade de 95%, com 400 iterações e tolerância de 1E-9. Eles foram avaliados mediante os seguintes parâmetros: Coeficiente de Determinação Ajustado ($R^2Aj.$), Soma dos Quadrados dos Resíduos (RSS), o Critério de Informação de Akaike (AIC) e o Peso do Akaike, os quais foram obtidos através das ferramentas disponíveis no próprio software.

Além desses critérios, foi utilizado o Erro Percentual Médio (EPM), o qual foi calculado pela equação:

$$EPM = 100 \cdot \frac{\sum_{i=1}^n \frac{(Y - \hat{y})}{Y}}{n}$$

onde, n é o número de observações, Y é o valor observado, \hat{y} é o valor estimado pelo modelo, o erro indica a tendência à subestimação (sinal positivo) ou à superestimação (sinal negativo) dos valores preditivos do modelo. O cálculo foi realizado no Excel.

As representações matemáticas dos modelos utilizados estão ilustradas na tabela 1. Os parâmetros nessas equações têm os seguintes significados (Bassanezi, 2002 e Katsanevakis, 2008):

- a) $p(t)$ caracteriza o valor da massa (g) em função do tempo (meses).
- b) p_{∞} é o valor assintótico da massa do peixe em gramas.
- c) B significa uma constante de integração que envolve os valores da massa e o $p_{\infty} p_{\infty} l_{\infty}$, somente para Verhulst e von Bertalanffy.

d) k mensura a taxa exponencial de aproximação ao valor assintótico, isto é, o índice de precocidade do animal, ou seja, quanto maior o índice, mais rápido amadurece sexualmente o peixe.

e) t_c descreve o ponto de inflexão em termos de t , ele informa o dia ou mês em que a taxa de crescimento dos peixes é máxima, exceto para von Bertalanffy.

Tabela 1. Equações ajustadas ao crescimento da Tilápia do Nilo.

modelos	equação utilizada no trabalho
Gompertz	$p(t) = p_{\infty} e^{-e^{-k(t-t_c)}}$
Verhulst	$p(t) = p_{\infty} (1 + e^{-k(t-t_c)})^{-1}$
von Bertalanffy	$p(t) = p_{\infty} (1 - B e^{-kt})^3$

Fonte: Bassanezi, 2002 e Katsanevakis, 2008.

Resultados e Discussão

A partir dos dados coletados no período do estudo, foi possível estabelecer os valores de comprimento médio (cm) e peso médio (g) de juvenis de tilápia albina, como descritos na tabela 2.

Tabela 1. Médias do Tempo, Comprimento e Peso.

tempo (meses)	comprimento médio (cm)	peso médio (g)
0	11,0	26,0
1	15,0	59,5
2	17,4	105,4
3	20,5	200,0
4	22,7	239,5
5	25,3	364,5
6	27,4	421,7
7	28,0	476,0
8	29,3	488,2

Os resultados dos parâmetros obtidos pelo software, para cada um dos modelos avaliados, estão indicados na tabela 3.

Tabela 3. Parâmetros obtidos das equações para os dados de crescimento em peso.

modelos	$p_{\infty} p_{\infty}$ (g)	B	k (ano ⁻¹)	t_c (meses)
Gompertz	602,064 ±±	-----	0,373 ±±	3,388 ±±
	50,810		0,299	0,029
Verhulst	524,374 ±±	-----	0,695 ±±	3,951 ±±
	21,302		0,063	0,185
von Bertalanffy	676,243 ±±	0,751 ±±	0,263 ±±	-----
	91,854	0,067	0,055	

Fonte: OriginPro 8.5.

Na tabela 3 foi observado que os modelos Gompertz, Verhulst e von Bertalanffy atingiram a convergência na avaliação para os dados em comprimento. As convergências foram alcançadas antes das 19 iterações em todos os modelos, sendo que o modelo Verhulst teve 5 iterações, ou seja, este modelo levou um menor período de tempo para produzir uma versão estável e executável do produto.

Ainda na tabela 3, o p_{∞} foi maior no modelo von Bertalanffy (676,24 g) e menor no de Verhulst (524,37 g), este comportamento está de acordo com os trabalhos de: Júnior (2013) com Tilápia do Nilo, Sarmiento (2018) com Trutas Arco-íris, Mansano et al. (2012) no ajuste do crescimento em peso e comprimento de *Lithobates catesbeianus* e Silva (2017) em modelos não lineares de crescimento da Tilápia do Nilo.

No cultivo de peixes, o crescimento depende, principalmente, do consumo e da qualidade de ração, que foi constatado no trabalho Rosenlund (2004), o qual observou que o crescimento foi afetado negativamente pela baixa concentração de proteína na dieta e que as altas concentrações de amido tiveram alguns efeitos negativos no crescimento, enquanto mudanças na concentração de gordura não tiveram efeito significativo no crescimento.

O parâmetro p_{∞} representa a estimativa do peso assintótico, que é interpretado como peso adulto. As estimativas deste parâmetro, em g, das tilápias foram menores que os obtidos nos trabalhos de Júnior (2013), Badue (2012) e Silva (2017). Este resultado pode ser explicado pela baixa quantidade de proteína bruta na ração empregada neste trabalho, o qual foi de 19%, contrariando o trabalho de Moraes et al (2009), o qual utilizou 28% de a quantidade mínima PB na ração, já na fase de terminação. Cabe resaltar, que nos trabalhos de Júnior e Silva foram utilizadas rações com 32 a 44% de PB.

O peso médio do pescado (tilápias) procurado pelo mercado consumidor encontra-se em torno de 600 - 800g (Wachholz, 2015), ou seja, o ciclo total de engorda da tilápia ocorre, aproximadamente, em 180 dias em tanques-rede (Nogueira, 2007). Nesse contexto, os peixes do presente estudo poderiam ser comercializados a partir de 360 e 570 dias para os modelos de Bertalanffy e Gompertz, respectivamente, quando atingem o peso mínimo de comercialização de 600g.

Na simulação, a qual empregou o modelo de Verhulst, não foi possível prever o tempo necessário para as tilápias atingirem a massa corporal de 600g, pois o valor de p_{∞} (tabela 3) é menor. Assim, até o momento, este modelo não é recomendado para cálculos de valores estimados para os cultivos de tilápia em viveiro de derivação com ração de 19% de PB, quando o peso pretendido for maior ou igual a 524,37g.

O valor de B, no modelo de von Bertalanffy, foi de 0,751. Este parâmetro é uma constante de integração sem interpretação biológica direta, ele está relacionado com os valores do peso inicial e a assintótica (Sarmiento, 2018). A interpretação de B deve ser realizada apenas pelo seu sinal, o qual indica o sentido da curva. O sinal do parâmetro apresentado foi positivo, descrevendo, assim, um crescimento ascendente, que é característica da relação peso corporal/idade (Silva, 2017).

O ponto de inflexão foi menor no de Gompertz (3,388 meses), seguido pelo Verhulst com 3,951 meses e por último o de von Bertalanffy, $t^* = \ln 3 / k = \ln 3 / 0,263 = 4,177$ meses, ou seja, o instante que ocorre a maior variação da massa do peixe (Bassanezi & Ferreira, 1988) é menor no de Gompertz e maior em von Bertalanffy.

Segundo o trabalho de Springborn et al. (1994), à medida que a taxa de crescimento em peso se aproxima do ponto de inflexão, o retorno econômico da produção de peixes aumenta e depois diminui (Lugert, 2015), ou seja, pelos modelos apresentados o tempo de despesca seria 102, 119 e 126 dias com peso de 222, 262 e 285 g para Gompertz, Verhulst e von Bertalanffy, respectivamente.

Finalizando a análise dos parâmetros, foi observado que o k foi maior no modelo Verhulst (0,695) e menor no de von Bertalanffy (0,263). Isto significa que o índice de precocidade é maior no modelo Verhulst, ou seja, a tilápia irá alcançar a massa assintótica mais rápida neste modelo do que nos outros. Estes resultados são semelhantes aos indicados por Santos et al. (2007) no ajuste do crescimento morfométrico de *Oreochromis niloticus* (Tilápia do Nilo), Sarmiento (2018) na

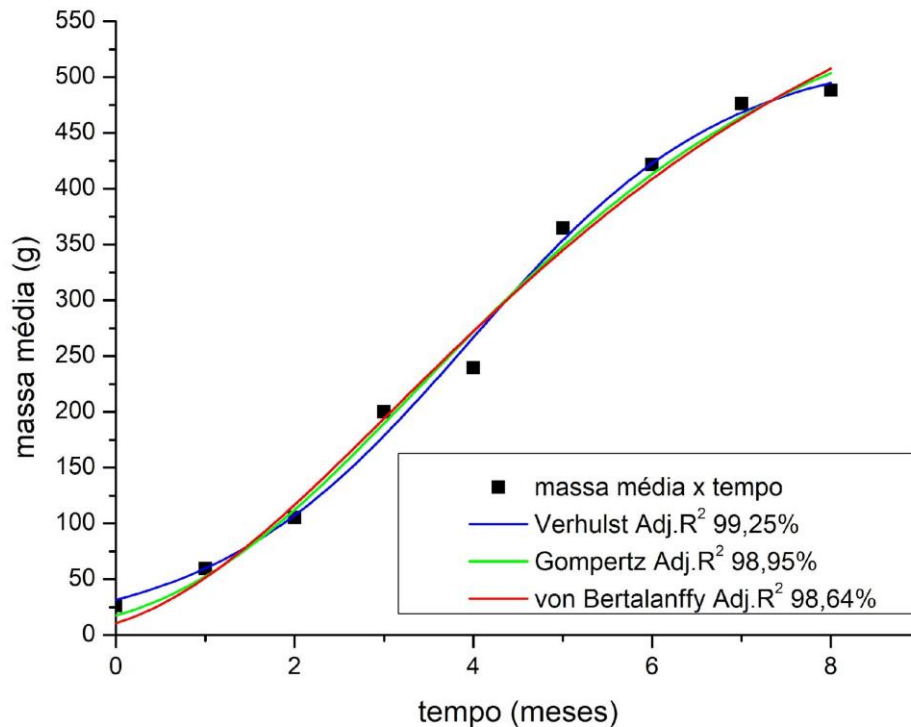
Modelagem do Crescimento de Truta Arco-íris (*Oncorhynchus mykiss*) na Fase Engorda e Silva (2017) nos Modelos não lineares de crescimento da tilápia do nilo (*O. niloticus*).

A equação matemática para o modelo de von Bertalanffy é $p(t) = 676,243(1 - 0,751e^{-0,263t})^3$, com ela pode-se calcular a constante de anabolismo (α) e de catabolismo (β) do peixe. Tem-se que:

$\beta = 3k = 0,789$ e $\alpha^{1/3} = \beta^3 p_{\infty} = 6,925$. Comparando os resultados deste trabalho com o de Badue (2012), $\alpha = 6,15$ e $\beta = 0,47$, observou-se que a constante de anabolismo encontrada é maior 11,19% e a de catabolismo é maior 40,43%, ou seja, a tilápia teve ganho de massa superior ao do trabalho de Badue, mas a perda foi muito maior em relação aos trabalhos de Júnior (2013), Badue (2012) e Silva (2017), ocasionando com isso um menor valor do peso assintótico do peixe deste trabalho.

A figura 1 apresenta o comportamento do crescimento em massa das tilápias, para os dados observados e estimados pelos três modelos, durante oito meses de cultivo.

Figura 1 – Curvas dos modelos ajustados, com os respectivos Adj.R², e a massa observada.



Fonte: OriginPro 8.5.

A forma das curvas, obtidas pelos modelos, apresenta variações entre elas. A do modelo Verhulst corresponde uma curva do tipo sigmoide, devido à semelhança a letra “S”. Nas três curvas observa-se uma ligeira etapa linear e uma fase exponencial. No de Verhulst apresenta, ainda, uma etapa de estabilização. Esta etapa não ocorreu, nos modelos de Gompertz e von Bertalanffy, porque ela só aparece na fase adulta do peixe, isto é, no tempo de 16 e 28 meses, respectivamente.

Os critérios de avaliação do ajuste para informações em comprimento estão indicados na tabela 4.

Tabela 4. Avaliadores do ajuste das equações utilizadas.

modelos	Adj.R ²	RSS	AIC	Peso AIC	Peso AIC
---------	--------------------	-----	-----	----------	----------

Gompertz	99,25%	2.030,32	66,769	0,18183	-----
Verhulst	98,95%	1.453,50	63,761	0,81817	0,93644
von Bertalanffy	98,64%	2.642,64	69,141	-----	0,06356

Fonte: OriginPro 8.5.

Observa-se que os menores valores do RSS foram obtidos pelo modelo Verhulst (1.453,50), seguido pelo modelo Gompertz (2.030,32), já o modelo de von Bertalanffy apresentou o maior valor (2.642,64). Isto significa que a variação não explicada, distância entre os valores estimados e os valores observados, no modelo Verhulst é menor, então a variação explicada se aproxima mais da variação total, que é a distância entre o ponto (x, y) e a reta horizontal que passa pela média amostral, e isso faz com que o modelo esteja mais próximo da realidade, ou seja, a previsão é melhor do que os outros dois (Alberto, 2010).

Os valores do $Adj.R^2$, o qual fornece a idéia de quantos pontos de dados estão dentro da linha da equação de regressão, foram similares e ligeiramente maiores nos modelos Gompertz (99,25%) e Verhulst (98,95%), no modelo de von Bertalanffy o valor foi de 98,64%. Isto exprime que em torno de 99 % da variação no crescimento em peso da Tilápia do Nilo podem ser explicados pelos três modelos. Os 1,00% restantes são atribuídos os outros fatores intervenientes no processo (Rocha, 2015). Isto caracteriza que o crescimento em peso da tilápia, deste trabalho, tem uma curva sigmoideal e que a porcentagem de variação explicada, empregando apenas as variáveis independentes que realmente afetam a variável dependente, é elevada.

Ainda na tabela 4, observa-se que os menores valores do AIC foram obtidos pelo modelo Verhulst (63,761) e de Gompertz (66,769) seguido pelo modelo de von Bertalanffy que obteve o maior valor (69,141), como Verhulst teve o menor valor, logo ele é o modelo com o melhor ajuste (Katsanevakis, 2008), com isso a função de verossimilhança, neste modelo, reflete uma melhor conformidade do modelo com os dados observados.

A diferença entre o AIC (ΔAIC), a qual ajuda a comparar a distância relativa entre o melhor modelo e cada outro modelo candidato (Costa, 2013), do melhor modelo com o de von Bertalanffy é de 5,38 e de Gompertz é de 3,008, ou seja, os valores são menores do que 10, com isso os dois modelos tem contribuições para predição de dados (Katsanevakis, 2008).

Por último, o peso de Akaike, quando comparado o modelo de Verhulst e von Bertalanffy, foi de 0,936 e 0,064 e os dos modelos de Verhulst e Gompertz foram de 0,818 e 0,182, respectivamente. Isto que dizer que o modelo de Verhulst tem 4,5 vezes maior probabilidade de ser o modelo com o melhor ajuste do que o de Gompertz e 14,73 vezes do que o de von Bertalanffy, para as condições deste trabalho.

Os erros de predição média (EPM) do ajuste em massa, tabela 5, mostraram ter sinal positivo, com a única exceção do ajuste pelo modelo Verhulst que possui o único valor com sinal negativo.

Tabela 5. Erro percentual médio (%) no ajuste de dados em massa (g) mediante os modelos.

tempo (meses)	massas observadas (g)	Estimative Gompertz (g)	erro	estimativa Verhulst (g)	erro	estimativa Bertalanffy (g)	erro
0	26,00	17,49	0,33	31,63	-0,22	10,44	0,60
1	59,50	52,64	0,12	59,76	0,00	51,06	0,14
2	105,40	112,41	-0,07	107,44	-0,02	116,35	-0,10
3	200,00	189,55	0,05	178,56	0,11	193,38	0,03
4	239,50	271,63	-0,13	266,65	-0,11	271,51	-0,13
5	364,50	348,02	0,05	353,74	0,03	344,13	0,06
6	421,70	412,77	0,02	422,63	0,00	408,02	0,03
7	476,00	464,25	0,02	468,13	0,02	462,17	0,03
8	488,20	503,38	-0,03	494,71	-0,01	506,92	-0,04

total	-----	-----	0,35	-----	-0,22	-----	0,61
EPM	-----	-----	3,93	-----	-2,40	-----	6,83
(%)	-----	-----		-----		-----	

Sobre o EPM, o modelo Verhulst teve o menor valor absoluto de 2,40%, seguido pelo de Gompertz com 3,93% e o maior foi de von Bertalanffy com 6,83%. O modelo de Verhulst apresentou sinal negativo, o que indica que os valores preditivos têm tendência a serem maiores do que os observados nas biometrias, em consequência o modelo avaliado têm tendência à superestimação do crescimento em peso. Os outros dois modelos tiveram sinal positivo, o que caracteriza a subestimação (Goonewardene, 1981).

Conclusões

O modelo, não linear, de Verhulst foi considerado como o mais adequado para descrever o crescimento em peso dos machos albinos de tilápias do Nilo, com cultivo de até oito meses, na cidade de Pentecostes, Ceará. Além disso, seriam necessários dados de cultivos superiores a oito meses para fazer uma projeção mais abrangente.

Baseado no trabalho de Springborn, o tempo para despesca seria 119 dias e com um peso de 262 g, o que proporcionaria 140 g de carcaça sem cabeça ou 84 g de filé com corte da cabeça oblíquo ou contornado (Souza, 2000).

A baixa quantidade de proteína bruta na ração prejudicou o ganho de peso dos peixes, não favorecendo ao cultivo da tilápia nessas condições, pois, pelo modelo de Verhulst, a tilápia não atingiria o peso mínimo comercial de abate que é de 600 gramas.

Referências

- Alberto, B. P., Menezes, R. M. & Cezar, B. A. (2010) *Estatística: Para Cursos de Engenharia e Informática*. Atlas: 3ª edição, São Paulo.
- Araújo, J. C de & Márquez, Rosa M. C. (2008). Modelos de Von Bertalanffy e Gompertz para Descrever Os Parâmetros de Tamanho e Peso Médio de Tilápias. *Cadernos do IME - Série Matemática*, v. 2(20). DOI: <https://doi.org/10.12957/cadmat.2008.11849>
- Associação Brasileira da Piscicultura. *Anuário 2022 Peixe BR da Piscicultura*. Pinheiros, São Paulo-SP – Brasil. Disponível em: <https://www.peixebr.com.br/anuario2022/>.
- Badue, G. S & Amorim, S. R de.(2012). Modelagem Matemática Aplicada ao Cultivo de Tilápias por Pequenos Produtores. In: *XXXII Encontro Nacional de Engenharia de Produção*. Bento Gonçalves-RS.
- Bassanezi, R.C; Ferreira Jr, W.C. (1988). *Equações Diferenciais com Aplicações*. Editora Harbra Ltda, São Paulo-SP.
- Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino - Aprendizagem com Modelagem Matemática*. Editora Contexto: 3º edição, Campinas-SP.
- Bassanezi, R. C & Diniz, M. M. (2017). Um estudo sobre crescimento em peso do tambaqui com modelagem fuzzy. *Biomatemática*, v. 3(1).133–148. <https://doi.org/10.5540/03.2015.003.01.0054>
- Carrillo, D.A.G. (1982). Resultados de Um Ensaio sobre A Criação de Machos Albinos da Tilapia do Nilo, *Sarotherodon Niloticus* (Linnaeus), - Em Viveiro do Centro de Pesquisas Ictiológicas do Dnocs (Pentecoste, Ceara, Brasil). [Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Federal do Ceará]. Repositório Institucional UFC. <http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/48348>.
- Costa, L., Barthem, R., Albernaz, A., Bittencourt, M., & Villacorta-Corrêa, M. (2013). Modelling the growth of tambaqui, *Colossoma macropomum* (Cuvier, 1816) in floodplain lakes: model

- selection and multimodel inference. *Brazilian Journal of Biology*, 73(Braz. J. Biol., 2013 73(2)). <https://doi.org/10.1590/S1519-69842013000200021>
- Goonewardene, L. A.; Berg, R. T.; Hardin, R. T. A. (1981). Growth study of beef cattle. *Canadian Journal of Animal Science*.(61), 1041-1048.
- Júnior, J. de A. de Sousa. (2013). Modelagem Matemática Aplicada À Produção de Tilápias do Nilo Criadas em Tanques-Rede no Submédio do São Francisco. [Mestrado em Engenharia Agrícola, Campus Juazeiro, Universidade do Vale do São Francisco – UNIVASF, Bahia].
- Katsanevakis, S. & Maravelias, C.D. (2008), Modelling fish growth: multi-model inference as a better alternative to a priori using von Bertalanffy equation. *Fish and Fisheries*, 9: 178-187. <https://doi.org/10.1111/j.1467-2979.2008.00279.x>
- Kuttler, Christina. (2009). *Mathematical Models in Biology*. Munchen: Technische Universitat Munchen. <https://doi.org/10.1137/1.9780898719147>
- Lugert, V. (2015) Modelling the growth of turbot in marine Recirculating Aquaculture Systems (RAS). [Dissertação de Doutorado na Faculdade de Ciências Agrárias e Nutricionais na Christian Albrechts University em Kiel].
- Mansano, C. F. M., Macente, B. I., Khan, K. U., Nascimento, T. M. T. do, Silva, E. P. da, Sakomura, N. K., & Fernandes, J. B. K. (2017). Morphometric Growth Characteristics and Body Composition of Fish and Amphibians. *New Insights into Morphometry Studies*. doi: 10.5772/intechopen.69061.
- Moraes, A. M de., Seiffert, W. Q., Tavares, F., & Fracalossi, D. M. (2009) Desempenho zootécnico de tilápia do Nilo, *Oreochromis niloticus*, em tanques-rede, com diferentes rações comerciais. *Rev. Ciênc. Agron*, 40(3), 388-395. ISSN 1806-6690.
- Nascimento, A., Santos, G., & Nascimento, A. (2020). Aplicações em processos biológicos usando modelagem matemática e computacional. *Anais Do CIET:ENPED:2020 - (Congresso Internacional De Educação E Tecnologias | Encontro De Pesquisadores Em Educação a Distância)*, Recuperado de <https://cietenped.ufscar.br/submissao/index.php/2020/article/view/1292>
- Nogueira, A. Criação de tilápias em tanques-rede. *SEBRAE*. (2007). Disponível em: [http://www.biblioteca.sebrae.com.br/bds/BDS.nsf/7227D4D9D30AB6CC832573A9006DF4BC/\\$File/NT0003737A.pdf](http://www.biblioteca.sebrae.com.br/bds/BDS.nsf/7227D4D9D30AB6CC832573A9006DF4BC/$File/NT0003737A.pdf).
- Rocha, S. (2015). *Estatística Geral e Aplicada: para Cursos de Engenharia*. Atlas: 2ª edição, São Paulo.
- Rosenlund, G., Karlsen, O., Tveit, K., Mangor-Jensen, A. & Hemre, G.-I. (2004), Effect of feed composition and feeding frequency on growth, feed utilization and nutrient retention in juvenile Atlantic cod, *Gadus morhua* L. *Aquaculture Nutrition*, 10: 371-378. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2095.2004.00312.x>
- Santos, V. B. dos ., Freitas, R. T. F. de ., Silva, F. F. e ., & Freato, T. A.. (2007). Avaliação de curvas de crescimento morfométrico de linhagens de tilápia do nilo (*Oreochromis niloticus*). *Ciência E Agrotecnologia*, 31(Ciênc. agrotec., 2007 31(5)). <https://doi.org/10.1590/S1413-70542007000500032>
- Sarmiento, P. C. J. (2018) *Modelagem do Crescimento de Truta Arco-íris na Fase Engorda*. [Dissertação Mestrado em Zootecnia, Santos Área de Concentração em Produção Animal) – PPGZ/ZOOTECNIA, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro]. Biblioteca Digital de Teses e Dissertações. <https://tede.ufrj.br/jspui/handle/jspui/4979>.
- Silva, W. R da., Paixão, P. S da., Carvalho, W. M de., Campeche, D. F. B & Bonfá, H. C. (2017). Modelos não lineares de crescimento da tilápia-do-nilo (*Oreochromis niloticus*) na linhagem Chitralada. In: *XII Congresso Nordeste de Produção Animal- CNPA*. Juazeiro-BA.
- Souza, M. L. R. de, Marengoni, N. G., Pinto, A. A., & Caçador, W. da C. (2008). Rendimento do processamento da tilápia-do-nilo (*Oreochromis niloticus*): tipos de corte da cabeça em duas

categorias de peso. *Acta Scientiarum. Animal Sciences*, 22, 701-706.
<https://doi.org/10.4025/actascianimsci.v22i0.2926>,

Wachholz, L., Egewart, J.F., Tsutsumi, C.Y., Krumenauer, R & Escher, F. L. (2015). Cultivo de tilápias do Nilo (*Oreochromis niloticus*) na fase de terminação em tanque escavado. *Nutritime*, 12(6), 4470 -4477.